

Matr.:

Cognome, Nome:

Corso di Laurea in Matematica
Geometria 2 - Simulazione compitino - 11/12/2020.

Esercizio 1) Siano X l'insieme dei numeri reali dotato della topologia della retta di Sorgenfrey (una cui base, lo ricordiamo, è data dagli insiemi della forma $[a, b)$, con $a < b$), ed \mathbb{R} l'insieme dei numeri reali dotato della topologia euclidea.

- (1) [9 punti] Sia $x_0 \in X$. Si determini la componente connessa C_{x_0} di x_0 in X .
- (2) [3 punti] Si descrivano tutte le funzioni continue $f: \mathbb{R} \rightarrow X$.

Esercizio 2) Sia

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, -2 \leq z \leq 2\}$$

e sia \sim la relazione di equivalenza su A definita da $(x, y, z) \sim (x', y', z')$ se e solo se $(x, y, z) = (x', y', z')$ oppure $z = z' \in \{-2, 0, 2\}$. Sia poi $B = A / \sim$.

- (1) [9 punti] Si descriva un sottoinsieme di \mathbb{R}^3 omeomorfo a B (dimostrando che effettivamente lo è).
- (2) [6 punti] Si dica se B sia una 2-varietà topologica.

Esercizio 3) [13 punti] Si determini una cubica \mathcal{D} in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ che verifichi le seguenti condizioni:

- (1) $(0, 0)$ è un punto di molteplicità 2 con tangenti principali di equazione $y = 2x$ e $y = -2x$;
- (2) gli unici punti impropri di \mathcal{D} sono $[0, 1, 0]$ e $[0, 0, 1]$;
- (3) la retta $y = 4$ è un asintoto per \mathcal{D} .

[5 punti] Si dica inoltre se \mathcal{D} ha altri asintoti.