

Esercizi del corso di Analisi 2 (Scheda 8)

Esercizio 1

Dati i sistemi

a)

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y + z \\ \dot{y} = -2y \\ \dot{z} = -3z \end{cases},$$

b)

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - y \\ \dot{y} = x - 2y \\ \dot{z} = 3z \end{cases},$$

si studi il comportamento delle rispettive traiettorie in un intorno dell'origine.

Esercizio 2

Dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x(x^2 + y^2 + 1) \\ \dot{y} = y(x^2 - 1) \end{cases}$$

si discuta la stabilità della soluzione nulla sia applicando il metodo di linearizzazione sia il metodo di Liapunov.

Esercizio 3

Si traccino sul piano delle fasi le traiettorie del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2 \\ \dot{y} = xy(y - 1) \end{cases}.$$

Esercizio 4

Si determini il ritratto di fase del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = y + x(a - x^2 - y^2) \\ \dot{y} = -x + y(a - x^2 - y^2) \end{cases},$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 5

Si determinino eventuali cicli limite per il sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{x}{2}(x^2 + y^2 - 3) + \frac{x + y}{x^2 + y^2} \\ \dot{y} = \frac{y}{2}(x^2 + y^2 - 3) - \frac{x - y}{x^2 + y^2} \end{cases}.$$